数与式

有理数

- **1. 有理数** —— 整数与分数统称有理数.
- **2. 数轴** —— 规定了原点、正方向和单位长度的直线.
- **3. 数轴的画法**
  - 画一条水平的直线；
  - 确定向右的方向为正方向，用箭头表示；
  - 在这条直线上适当位置取一实心点作为原点；
  - 选取适当的长度作单位长度，用细短线画出，并对应标注各数，同时要注意同一数轴的单位长度要一致.
- **4. 相反数** —— 只有符号不同的两个数叫做互为相反数. 特别地，0 的相反数仍是 0.
- **5. 相反数的性质**
  - 互为相反数的两个数的和为零，即若 a 与 b 互为相反数，则 $a+b=0$；
  - 反之，若 $a+b=0$，则 a 与 b 互为相反数.
- **6. 绝对值** —— 一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值. 数 a 的绝对值记作“$|a|$”.
- **7. 绝对值的性质**
  - 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.
  - 【注】求字母 a 的绝对值：$|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$
- **8. 有理数大小比较**
  - 一般地，正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数
  - 一般地，两个负数，绝对值大的反而小

有理数的运算

- **1. 有理数的加法运算法则**
  - 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.
  - ① 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.
  - ② 互为相反数的两个数相加得 0.
  - ③租售 一个数同 0 相加，仍得这个数.
- **2. 有理数加法的运算律**
  - 两个加数相加，交换加数的位置，和不变. —— $a+b=b+a$（加法交换律）
  - 三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变. —— $(a+b)+c=a+(b+c)$（加法结合律）
- **3. 有理数的减法运算法则** —— 减去一个数，等于加上这个数的相反数. —— 即 $a-b=a+(-b)$（减法法则）
- **4. 有理数的乘法运算法则** —— 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘. 任何数同 0 相乘，都得 0.
- **5. 有理数的除法运算法则**
  - 除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数；
  - 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除；
  - 0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.
- **6. 有理数乘法的运算律**
  - 两个加数相乘，交换因数的位置，积不变. —— $a\cdot b=b\cdot a$（乘法交换律）
  - 三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变. —— $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$（乘法结合律）
  - 一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加. —— $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$（乘法分配律）
- **7. 有理数的除法运算法则**
  - 除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数；
  - 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除；
  - 0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.
- **8. 乘方的定义** —— 求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中，a 叫做底数，n 叫做指数.

实数

- **1. 平方根** —— 如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根. 也就是说，若 $x^2=a$，则 x 就叫做 a 的平方根. $(\pm2)^2=4$，±2 就叫做 4 的平方根
- **2. 平方根的表示** —— 一个非负数 a 的平方根可用符号表示为“$\pm\sqrt{a}$”.
- **3. 总结**
  - 一个正数有两个平方根，且互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根.
  - 求一个数的平方根的运算，叫做开平方（开方），开方运算和平方运算互为逆运算
- **4. 算术平方根** —— 一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根，规定：0 的算术平方根为 0.
- **5. 算术平方根的表示** —— 一个非负数 a 的算术平方根可用符号表示为“$\sqrt{a}$”
- **6. 总结** —— 一个正数有一个算术平方根；零的算术平方根是零；负数没有算术平方根.
- **7. 算术平方根的双重非负性** —— 在式子 $\sqrt{a}$ 中，$a\geqslant0$ 且 $\sqrt{a}\geqslant0$.
- **8. 立方根** —— 如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的立方根，也就是说，若 $x^3=a$ 则 x 就叫做 a 的立方根.
- **9. 立方根的表示** —— 一个数 a 的立方根可用符号表示 $\sqrt[3]{a}$，$\sqrt[3]{a}$ 读作“三次根号 a”.
- **10. 总结**
  - 任何一个数都有立方根，且只有一个立方根.
  - 正数的立方根为正数，负数的立方根为负数，0 的立方根为 0.
  - 求一个数的立方根的运算，叫做开立方，开立方与立方是互逆运算.
- **11. 无理数** —— 无限不循环小数叫无理数.
- **12. 实数** —— 有理数和无理数统称实数.

整式的加减

- **1. 单项式** —— 由数字或字母的积组成的式子叫做单项式.
- **2. 单项式的系数** —— 单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.
- **3. 单项式的次数** —— 一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.
- **4. 多项式** —— 几个单项式的和叫做多项式.
- **5. 多项式的项** —— 多项式中每个单项式叫做多项式的项.
- **6. 常数项** —— 多项式中不含字母的项叫做常数项.
- **7. 多项式的次数** —— 多项式里次数最高项的次数，叫做这个多项式的次数.
- **8. 整式** —— 单项式与多项式统称为整式.
- **9. 同类项** —— 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项. 几个常数也是同类项.
- **10. 合并同类项**
  - 把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项.
  - 合并同类项时，只需把系数相加，所含字母和字母指数不变.
- **11. 去括号法则**
  - 括号前是“＋”，把括号和它前面的“＋”号去掉后，原括号里的各项的符号都不改变；
  - 括号前是“－”，把括号和它前面的“－”号去掉后，原括号里的各项的符号都要改变.
- **12. 整式加减运算** —— 一般地，几个整式相加减，如果有括号就去括号，然后再合并同类项.

因式分解

- **1. 因式分解** —— 把一个多项式化成了几个整式的积的形式，这样的式子变形叫做因式分解，也叫做把多项式分解因式.
- **2. 公因式** —— 一个多项式各项都含有的因式，叫做这个多项式的公因式.
- **3. 提公因式法** —— 一般地，如果多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提取出来，将多项式写成公因式与另一个因式的乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法. $pa+pb+pc=p(a+b+c)$
- **4. 公式法**
  - $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$；
  - $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$；
  - $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- **5. 十字相乘法**
  - $x^2+(m+n)x+mn=(x+m)(x+n)$
  - $bdx^2+(bn+dm)x+mn=(bx+m)(dx+n)$

整式乘除

- **1. 同底数幂乘法** —— 同底数幂相乘，底数不变，指数相加. $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$（m，n 为正整数）
- **2. 幂的乘方** —— 幂的乘方，底数不变，指数相乘. $(a^m)^n=a^{mn}$（m，n 为正整数）
- **3. 积的乘方** —— 积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘. $(ab)^n=a^nb^n$（n 为正整数）
- **4. 同底数幂的除法** —— 同底数幂相除，底数不变，指数相减. $a^m\div a^n=a^{m-n}$（$a\neq0$，m，n 为正整数，并且 $m>n$）
- **5. 0 次幂** —— 任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1. $a^0=1(a\neq0)$
- **6. 单项式与单项式的乘法** —— 单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.
- **7. 单项式与多项式的乘法** —— 单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.
- **8. 多项式与多项式的乘法** —— 多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

乘法公式

- **1. 平方差公式** —— 两个数的和与这两个数的差的积，等于这两个数的平方差. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- **2. 完全平方公式**
  - 定义：两个数的和（或差）的平方，等于它们的平方和，加上（或减去）它们积的 2 倍.
  - 公式. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- **3. 添括号法则**
  - 如果括号前面是正号，括到括号里的各项都不变符号；
  - 如果括号前面是负号，括到括号里的各项都改变符号.

分式

- **1. 分式** —— 一般地，如果 A、B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式. 分式 $\frac{A}{B}$ 中，A 叫做分子，B 叫做分母.
- **2. 分式基本性质**
  - 分式的分子与分母乘（或除以）同一个不等于 0 的整式，分式的值不变.
  - 用式子表示为：$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C}$ 或 $\frac{A}{B}=\frac{A\div C}{B\div C}(C\neq0)$.
- **3. 约分** —— 根据分式的基本性质，把一个分式的分子与分母的公因式约去，叫做分式的约分.
- **4. 最简分式** —— 分子与分母没有公因式的分式，叫做最简分式.
- **5. 通分** —— 根据分式的基本性质，把几个异分母的分式分别化成与原来的分式相等的同分母的分式，叫做分式的通分.
- **6. 最简公分母** —— 各分母的所有因式的最高次幂的积叫做最简公分母.
- **7. 分式的乘法** —— 分式乘分式，用分子的积作为积的分子，分母的积作为积的分母. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$
- **8. 分式的除法** —— 分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘. $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$
- **9. 分式的乘方** —— 分式乘方要把分子、分母分别乘方. $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$（$n$ 为正整数）
- **10. 负整数指数幂** —— $a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq0，n为正整数)$
- **11. 分式的加减**
  - 同分母分式相加减：分母不变，把分子相加减. $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$
  - 异分母分式相加减：先通分，变为同分母的分式，再加减. $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$

二次根式

- **1. 二次根式** —— 一般地，形如 $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 的式子叫做二次根式.
- **2. 代数式** —— 用基本运算符号（加、减、乘、除、乘方和开方）把数和表示数的字母连接起来的式子，叫做代数式.
- **3. 二次根式的性质**
  - 把一个多项式各项都含有的因式，叫做这个多项式的公因式.
  - $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$；
  - $\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$；
  - $\sqrt{a^2}=|a|$（a 取全体实数）.
- **4. 最简二次根式**
  - 被开方数不含分母；
  - 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.
- **5. 二次根式的乘除**
  - 二次根式的乘法：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geqslant0,b\geqslant0)$
  - 二次根式的除法：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geqslant0,b\geqslant0)$
- **6. 二次根式的加减** —— 二次根式加减时，可以先将二次根式化成最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并.

方程与不等式

等式与方程

- **1. 等式的概念** —— 用等号来表示相等关系的式子，叫做等式. 例如：$2a=3$，$x=1$ 等.
- **2. 等式的性质**
  - 等式两边都加上（或减去）同一个数（或式子），所得结果仍是等式. 即：若 $a=b$，则 $a\pm c=b\pm c$；
  - 等式两边都乘以（或除以）同一个数（除数不能是 0），结果仍是等式. 即：若 $a=b$，则 $ac=bc$；若 $a=b$ 且 $c\neq0$，则 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.
- **3. 方程的定义** —— 含有未知数的等式叫做方程.
- **4. 方程的解** —— 使方程左、右两边相等的未知数的值，叫做方程的解.

不等式

- **1. 不等式的定义** —— 用符号“>”、“<”、“≥”、“≤”、“≠”表示大小关系的式子，叫做不等式.
- **2. 不等式的性质**
  - 不等式两边都加上（或减去）同一个数（或式子），不等号方向不变.
  - 不等式两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.
  - 不等式两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.
  - 不等式具有互逆性和传递性.
- **3. 不等式的解（集）**
  - 不等式的解：使不等式成立的每一个未知数的值叫作不等式的解.
  - 不等式的解集：使不等式成立的所有未知数的集合，叫作不等式的解集.

一元一次方程

- **1. 定义** —— 只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 1，且系数不等于 0 的整式方程叫做一元一次方程.
- **2. 解方程步骤**
  - 去分母；
  - 去括号；
  - 移项；
  - 合并同类项；
  - 未知数的系数化为 1.

一元二次方程

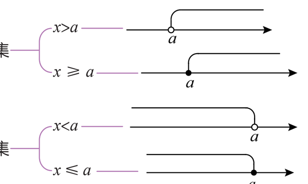
- **1. 定义** —— 只含有一个未知数，且未知数的最高次数为 2 的整式方程叫做一元二次方程.
- **2. 一般形式** —— $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）. 其中 ax^2 为二次项，其系数为 a；bx 为一次项，其系数为 b；c 为常数项.
- **3. 解法**
  - 直接开方法 —— 若一元二次方程的一边是含有未知数的一次式的平方，而另一边是一个非负数，可以直接开平方法求解，这种解法叫做直接开方法.
  - 配方法 —— 通过配成完全平方形式来解一元二次方程的方法，叫做配方法.
  - 公式法 —— 解一个具体的一元二次方程时，把各项系数直接代入求根公式得解，这种解一元二次方程的方法叫做公式法. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$，$\Delta\geqslant0$）的求根公式为：$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
  - 因式分解法 —— 将一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 分解为两个一次因式的乘积等于 0 的形式，再分别令两个一次因式等于 0，从而求得未知数的值，这种解一元二次方程的方法叫做因式分解法.
- **4. 根的判别式** —— 式子 b^2-4ac 叫做一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式，通常用希腊字母“Δ”表示，即 $\Delta=b^2-4ac$.
  - $\Delta>0\Leftrightarrow$ 有两个不相等的实数根；
  - $\Delta=0\Leftrightarrow$ 有两个相等的实数根；
  - $\Delta<0\Leftrightarrow$ 无实根.

分式方程

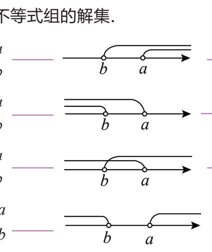
- **1. 定义** —— 分母中含有未知数的方程叫做分式方程.
- **2. 解分式方程的步骤**
  - 去分母，即在方程的两边同时乘最简公分母，把原方程化为整式方程；
  - 解整式方程；
  - 验根，把整式方程的根代入最简公分母中，使最简公分母不等于零的值是原方程的根；使最简公分母等于零的值需舍去.
- **3. 增根** —— 是去分母后所得整式方程的解，且使得最简公分母等于 0 的未知数的值，叫做分式方程的增根.

一元一次不等式（组）

- **1. 一元一次不等式的定义** —— 类似于一元一次方程，含有一个未知数，未知数的最高次数是 1 的不等式，叫作一元一次不等式.
- **2. 一元一次不等式的标准形式** —— 经过去分母、去括号、移项、合并同类项等变形后，能化为 $ax<b$ 或 $ax>b$ 的形式（其中 $a\neq0$）.
- **3. 一元一次不等式解法** —— 去分母→去括号→移项→合并同类项（化成 $ax<b$ 或 $ax>b$ 形式）→系数化为 1（化成 $x>\frac{b}{a}$ 或 $x<\frac{b}{a}$ 的形式）.
- **4. 一元一次不等式解集的表示**
  - 不等式的解集 —— $x>a$；$x\geqslant a$
  - 不等式的解集 —— $x<a$；$x\leqslant a$



- **5. 一元一次不等式组的定义** —— 含有相同未知数的几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫作一元一次不等式组.
- **6. 一元一次不等式的解集**
  - 几个一元一次不等式解集的公共部分，叫作由它们所组成的一元一次不等式组的解集，
  - 当几个不等式的解集没有公共部分时，称这个不等式组无解（解集为空集）.
- **7. 解一元一次不等式组的步骤**
  - 求出这个不等式组中各个不等式的解集.
  - 利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分，即求出这个不等式组的解集.
  - 一元一次不等式组解集的表示 —— 不等式组
    - $\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$ —— $x>a$（同大取大）
    - $\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$ —— $x<b$（同小取小）
    - $\begin{cases}x<a\\x>b\end{cases}$ —— $b<x<a$（大小交叉中间找）
    - $\begin{cases}x>a\\x<b\end{cases}$ —— 无解（大大小小无解了）



坐标与函数

平面直角坐标系

- **1. 有序数对** —— 我们把这种有顺序的两个数 a 和 b 组成的数对，叫做有序数对，记作 $(a，b)$.
- **2. 平面直角坐标系** —— 在平面内，两条互相垂直且有公共原点的数轴组成平面直角坐标. 通常，两条数轴分别置于水平位置与铅直位置，取向右和向上为两条数轴的正方向.
- **3. 横轴** —— 在平面直角坐标系中，水平的数轴叫做 x 轴或横轴.
- **4. 纵轴** —— 在平面直角坐标系中，铅直的数轴叫做 y 轴或纵轴.
- **5. 原点** —— 在平面直角坐标系中，两坐标轴的交点称为原点 O.
- **6. 点的坐标** —— 由点 P 分别向 x 轴和 y 轴作垂线，垂足 A 在 x 轴上对应的数 a 叫做点 P 的横坐标，垂足 B 在 y 轴上对应的数 b 叫做点 P 的纵坐标，有序数对 $(a，b)$ 叫做点 P 的坐标.
- **7. 象限和轴**
  - ① 横轴（x 轴）上的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$y=0$；
  - ② 纵轴（y 轴）上的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$x=0$；
  - ③ 第一象限内的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$；
  - ④ 第二象限内的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$\begin{cases}x<0\\y>0\end{cases}$；
  - ⑤ 第三象限内的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$\begin{cases}x<0\\y<0\end{cases}$；
  - ⑥ 第四象限内的点 $(x，y)$ 的坐标满足：$\begin{cases}x>0\\y<0\end{cases}$.

函数

- **1. 常量与变量** —— 在一个变化过程中，我们称数值发生变化的量为变量，数值始终保持不变的量称为常量.
- **2. 函数** —— 一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与之对应，那么我们就说其中 x 是自变量，y 是因变量，y 是 x 的函数. 如果当 $x=a$ 时 $y=b$，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的函数值.
- **3. 函数的解析式** —— 表示函数关系的等式就是函数的解析式.
- **4. 函数的图象** —— 一般地，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.

一次函数

- **1. 正比例函数** —— 一般地，形如 $y=kx$(k 为常数，$k\neq0$) 的函数，叫做正比例函数，其中 k 叫比例系数.
- **2. 正比例函数的图象** —— 正比例函数图象是一条经过原点的直线. 函数 $y=kx(k\neq0)$ 也叫直线 $y=kx$.
- **3. 正比例函数的性质**
  - ①当 $k>0$ 时，直线 $y=kx$ 经过第一、三象限，从左向右上升，即 y 随 x 的增大而增大；
  - ②当 $k>0$ 时，直线 $y=kx$ 经过第二、四象限，从左向右下降，即 y 随 x 的增大而减小.
- **4. 一次函数**
  - 一般地，形如 $y=kx+b$（k，b 为常数，$k\neq0$）的函数，叫做一次函数.
  - 当 $b=0$ 时，$y=kx+b$. 即为 $y=kx$，所以正比例函数是特殊的一次函数.
- **5. 一次函数的图象**
  - 一次函数 $y=kx+b$ 的图象是一条直线，我们称它为直线 $y=kx+b$，它可以看作直线 $y=kx$ 平移 $|b|$ 个单位长度而得到（当 $b>0$ 时，向上平移；当 $b<0$ 时，向下平移）；
  - 图象与 y 轴交于点 $(0，b)$，与 x 轴交于点 $(-\frac{b}{k}，0)$.
- **6. 一次函数的性质**
  - ①当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；
  - ②当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而减小.
- **7. 待定系数法求解析式** —— 先设出函数解析式，再根据条件确定解析式中未知的系数，从而得出函数解析式的方法，叫做待定系数法.

二次函数

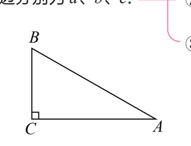
- **1. 二次函数** —— 一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，$a\neq0$）的函数，叫做二次函数. 其中 x 是自变量，a、b、c 分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.
- **2. 二次函数的图象** —— 一般地，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象叫做抛物线 $y=ax^2+bx+c$. 每条抛物线都有对称轴，抛物线与对称轴的交点叫做抛物线的顶点. 顶点是抛物线的最低点或最高点. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象是对称轴平行于 y 轴的一条抛物线.
- **3. 二次函数的性质**
  - ① 当 $a>0$ 时，开口向上，当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$；
  - ② 当 $a<0$ 时，开口向下，当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$.

反比例函数

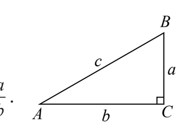
- **1. 反比例函数** —— 函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，$k\neq0$）叫做反比例函数，其中 k 叫做比例系数，x 是自变量，y 是函数，自变量 x 的取值范围是不等于 0 的一切实数.
- **2. 反比例函数解析式的求法** —— 反比例函数的解析式 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 中，只有一个系数 k，确定了 k 的值，也就确定了反比例函数的解析式. 因此，只需给出一组 x、y 的对应值或图象上一点的坐标，利用待定系数法，即可确定反比例函数的解析式.
- **3. 反比例函数的图象**
  - ① 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，$k\neq0$）的图象由两条曲线组成，每条曲线随着 x 的不断增大（或减小）越来越接近坐标轴，反比例函数的图象属于双曲线；
  - ② 当 $k>0$ 时函数图象位于第一、三象限，当 $k<0$ 时函数图象位于第二、四象限；
  - ③ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 与 $y=-\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象关于 x 轴对称，也关于 y 轴对称；
  - ④ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象关于直线 $y=x$ 和直线 $y=-x$ 轴对称，关于原点 O 中心对称.
- **4. 反比例函数的性质**
  - ①当 $k>0$ 时，在每一个象限内，y 随 x 的增大而减小；
  - ②当 $k<0$ 时，在每一个象限内，y 随 x 的增大而增大.

锐角三角函数

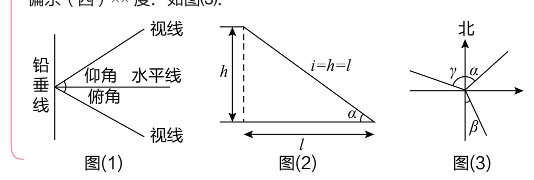
- **1. 锐角三角函数** —— 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 所对三角形的边分别为 a、b、c.
  - ①正弦：$\sin A=\frac{a}{c}$；
  - ②余弦：$\cos A=\frac{b}{c}$；
  - ③正切：$\tan A=\frac{a}{b}$.
- **2. 特殊角的三角函数值**
  - ① 30°：$\sin30^\circ=\frac{1}{2}$、$\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$、$\tan30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$；
  - ② 45°：$\sin45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$、$\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$、$\tan45^\circ=1$；
  - ③ 60°：$\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$、$\cos60^\circ=\frac{1}{2}$、$\tan60^\circ=\sqrt{3}$.



- **3. 解直角三角形** —— 在直角三角形中，除直角外，一共有 5 个元素，即 3 条边和 2 个锐角，由直角三角形中除直角外的已知元素，求出所有未知元素的过程，叫做解直角三角形.
- **4. 直角三角形的边角关系**
  - ① 三边之间的关系：$a^2+b^2=c^2$.（勾股定理）；
  - ②锐角之间的关系：$\angle A+\angle B=90^\circ$；
  - ③边角之间的关系：$\sin A=\frac{a}{c}$、$\cos A=\frac{b}{c}$、$\tan A=\frac{a}{b}$.



- **5. 锐角三角函数的实际应用**
  - ①仰角与俯角：在视线与水平线所成的角中，视线在水平线上方的叫做仰角，在水平线下方的叫做俯角. 如图(1).
  - ②坡角与坡度：坡面的垂直高度 h 和水平宽度 l 的比叫做坡度（或叫做坡比），用字母表示为 $i=\frac{h}{l}$，坡面与水平面的夹角记作 α，叫做坡角，则 $i=\frac{h}{l}=\tan\alpha$. 坡度越大，坡面就越陡. 如图(2).
  - ③方向角（或方位角）：方向角一般是指以观测者的位置为中心，将正北或正南方向作为起始方向旋转到目标的方向线所成的角（一般指锐角），通常表达为北（南）偏东（西）×× 度. 如图(3).



图(1) 图(2) 图(3)

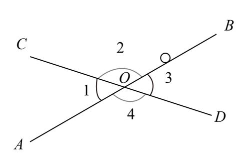
空间与平面几何

几何图形

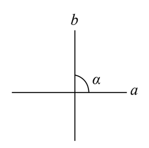
- **1. 几何图形** —— 长方体、圆柱、球、长（正）方体、圆、线段、点等，以及小学学习过的三角形、四边形等，都是从形形色色的物体外形中得出的，它们都是几何图形 .
- **2. 立体图形** —— 有些几何图形(如长方体、正方体、圆柱、圆锥、球等)的各部分不都在同一平面内，它们是立体图形 .
- **3. 平面图形** —— 有些几何图形（如线段、角、三角形、长方形、圆等）的各部分都在同一平面内，它们是平面图形 .
- **4. 展开图** —— 有些立体图形是由一些平面图形围成的，将它们的表面适当剪开，可以展开成平面图形，这样的平面图形是相应立体图形的展开图 .
- **5. 体** —— 长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体 . 几何体也简称体 .
- **6. 面** —— 包围着体的是面 .
- **7. 线** —— 夜晚流星划过天空时留下一道明亮的光线，节日的烟火画出的曲线组成优美的图案，这些都给我们以线的形象 .
- **8. 点** —— 天上的星星，世界地图上的城市等都给我们以点的形象 . 线和线相交的地方是点 .
- **9. 直线、射线和线段**
  - 直线 —— 能够向两端无限延伸的线叫直线 .
  - 射线 —— 直线上的一点和这点一旁的部分叫射线，这个点叫做射线的端点 .
  - 线段 —— 直线上两点和中间的部分叫线段，这两个点叫做线段的端点 .
  - 中点 —— 把线段分成两条相等的线段的点叫做这条线段的中点 .
  - 距离 —— 连接两点间的线段的长度，叫做这两点的距离 .
  - 点与直线的位置关系
    - ① 点在直线上
    - ② 点在直线外
  - 公理
    - ① 经过两点有且只有一条直线，也称为“两点确定一条直线”.
    - ② 两点之间的所有连线中，线段最短，简称“两点之间线段最短”.
- **10. 角**
  - 静态定义 —— 有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边 .
  - 动态定义 —— 角是由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形，一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形。所旋转射线的端点叫做角的顶点，开始位置的射线叫做角的始边，终止位置的射线叫做角的终边。
  - 表示方法
    - ①用三个大写字母表示，顶点一定要写在中间 .
    - ②用一个大写字母表示，这个大写字母一定要表示角的顶点，而且以它为顶点的角有且只有一个 .
    - ③用数字来表示角 .
    - ④用希腊字母来表示角 .
  - 角的度量
    - ①度：把一个周角 360 等分，每一份就是 1 度的角，记作 1° .
    - ②分：把一度的角 60 等分，每一份叫做 1 分的角，记作 1′ .
    - ③秒：把一分的角 60 等分，每一份叫做 1 秒的角，记作 1″ .
  - 角平分线 —— 从一个角的顶点出发的一条射线，如果把这个角分成两个相等的角，这条射线就是这个角的角平分线 .
  - 方向角 —— 一般以“正北、正南”为基准，描述物体运动方向 . 即“北偏东 ×× 度”、“北偏西 ×× 度”、“南偏东 ×× 度”、“南偏西 ×× 度”，方位角 α 的取值范围为 $0 \leqslant \alpha \leqslant 90°$；“北偏东 45 度”为东北方向，“北偏西 45 度”为西北方向，“南偏东 45 度”为东南方向，“南偏西 45 度”为西南方向 .
  - 余角 —— 如果两个锐角的和是 90°，那么这两个角互为余角，简称互余 .
  - 补角 —— 如果两个角的和是 180°，那么这两个角互为补角，简称互补 .
  - 余角、补角的性质
    - ①同角或等角的余角相等
    - ②同角或等角的补角相等

相交线

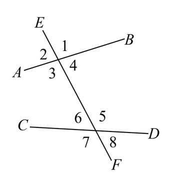
- **1. 邻补角**
  - 定义：∠1 和∠2 有一条公共边 OC，另一边互为反向延长线（∠1 和∠2 互补），具 有这种位置关系的两个角，互为邻补角 .
  - 性质：互为邻补角的两个角的和等于 180° .
- **2. 对顶角**
  - 定义：∠1 和∠3 有一个公共顶点 O，并且∠1 的两边分别是∠3 的两边的反向延长线，具有这种位置关系的两个角，互为对顶角 .
  - 性质：对顶角相等 .



- **3. 垂直**
  - 定义
    - 当∠α=90°时，我们说 a 与 b 互相垂直，记作 $a \perp b$.
    - 垂直是相交的一种特殊情形，两条直线互相垂直，其中一条直线叫做另外一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足 .
  - 性质
    - ① 在同一平面内，过直线外或直线上一点，有且只有一条直线与已知直线垂直；简单说成：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.
    - ② 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短；简单说成：垂线段最短.
  - 点到直线的距离 —— 直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离.



- **4. 三线八角**
  - 同位角 —— 两条直线被第三条直线所截，位置相同的一对角（两个角分别在两条直线的相同一侧，并且在第三条直线的同旁）叫做同位角.
  - 内错角 —— 两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线之间，并且位置交错，（即分别在第三条直线的两旁），这样的一对角叫做内错角.
  - 同旁内角 —— 两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线之间，并且在第三条直线的同旁，这样的一对角叫做同旁内角.
  - 例如
    - ∠1 与∠5，∠2 与∠6，∠3 与∠7，∠4 与∠8 都是同位角.
    - ∠3 与∠5，∠4 与∠6 都是内错角.
    - ∠3 与∠6，∠4 与∠5 都是同旁内角



平行线及其性质

- **1. 平行线** —— 在同一平面内，不相交的两条直线称为平行线，用“//”表示．记作 $a//b$
- **2. 两条直线的位置关系** —— 在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系只有两种：
  - ① 相交；
  - ② 平行.
- **3. 平行公理** —— 经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行.
- **4. 平行公理推论**
  - 如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行.
  - 简单说成 —— 平行于同一条直线的两条直线平行.
- **5. 平行线的性质**
  - ① 两条平行线被第三条直线所截，同位角相等
    - 简单说成 —— 两直线平行，同位角相等；
  - ② 两条平行线被第三条直线所截，内错角相等
    - 简单说成 —— 两直线平行，内错角相等；
  - ③ 两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补
    - 简单说成 —— 两直线平行，同旁内角互补.
- **6. 平行线的判定**
  - ①判定方法一 —— 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行 .
  - 简单说成 —— 同位角相等，两直线平行；
  - ②判定方法二 —— 两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行 .
  - 简单说成 —— 内错角相等，两直线平行；
  - ③判定方法三 —— 两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行
  - 简单说成 —— 同旁内角互补，两直线平行.
- **7. 命题与定理**
  - 命题 —— 判断一件事情的语句．命题由题设和结论两部分构成.
  - 真命题 —— 如果题设成立，结论也一定成立，这样的命题叫真命题 .
  - 假命题 —— 如果题设成立，结论不一定成立，这样的命题叫假命题 .
  - 定理 —— 经过推理证实得到的真命题 .
  - 证明 —— 在很多情况下，一个命题的正确性需要经过推理才能做出判断，这个推理过程叫做证明 .
- **8. 平移**
  - 定义 —— 把一个图形整体沿着某一直线方向移动，会得到一个新的图形，图形的这种移动，叫做平移 .
  - 平移要素
    - ① 平移的方向
    - ② 平移的距离
  - 平移的性质
    - ① 平移后的新图形与原图形的形状和大小完全相同，即平移前后的两个图形的对应边平行（或在同一条直线上）且相等，对应角相等.
    - ② 连接各组对应点的线段平行（或在同一条直线上）且相等.

三角形

- **1. 与三角形有关的线段**
  - 三角形 —— 由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的平面图形叫做三角形.
  - 三角形的三边关系 —— 一般地，三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.
  - 三角形的高线
    - 从三角形的一个顶点向它的对边画垂线，顶点和垂足间的线段叫做三角形的高.
    - 注：每个三角形都有三条高且三条高所在的直线相交于一点，这个点叫做三角形的垂心.
  - 三角形的中线
    - 在三角形中，连结一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.
    - 注：每个三角形都有三条中线，且相交于一点，这个点叫做三角形的重心.
  - 三角形的角平分线
    - 三角形的一个角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线.
    - 注：每个三角形都有三条角平分线且相交于一点，这个点叫做三角形的内心.
- **2. 与三角形有关的角**
  - 三角形内角和定理 —— 三角形三个内角的和等于 180°.
  - 三角形内角和定理推论 —— 直角三角形的两个锐角互余.
  - 三角形外角定理 —— 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和.
  - 三角形外角定理推论 —— 三角形的一个外角大于任意一个和它不相邻的内角.
- **3. 多边形**
  - 多边形 —— 在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的封闭图形叫做多边形.
  - 多边形内角和公式
    - n 边形内角和等于 $(n-2)\cdot 180°$.
    - 多边形的外角和等于 360°.

全等三角形

- **1. 全等三角形及其性质**
  - 全等形 —— 能够完全重合的两个图形叫做全等形.
  - 全等三角形 —— 能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形．把两个全等的三角形重合到一起，重合的顶点叫做对应顶点，重合的边叫做对应边，重合的角叫做对应角.
  - 全等三角形的性质 —— 全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角相等.
- **2. 全等三角形的判定**
  - SSS —— 三边分别相等的两个三角形全等.
  - SAS —— 对应边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等.
  - ASA —— 两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等.
  - AAS —— 两个角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.
  - HL —— 斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等.

轴对称

- **1. 轴对称** —— 如果一个平面图形沿一个直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形，这条直线就是它的对称轴.
- **2. 图形的轴对称** —— 把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线（成轴）对称，这条直线叫做对称轴，折叠后重合的点是对应点，叫做对称点.
- **3. 轴对称的性质**
  - （1）关于一条直线对称的两个图形是全等形；
  - （2）如果两个图形关于某条直线对称，那么对称轴是任何一对对应点连线的垂直平分线；
  - （3）两个图形关于某条直线对称，如果它们的对应线段或延长线相交，那么交点在对称轴上；
  - （4）如果两个图形的对应点连线被同一条直线垂直平分，那么这两个图形关于这条直线对称.
- **4. 中垂线**
  - 中垂线 —— 经过线段中点并且垂直于这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线，也称之为中垂线.
  - 性质 —— 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等.
  - 判定 —— 与线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上.
- **5. 角平分线**
  - 角平分线的性质 —— 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.
  - 角平分线的判定 —— 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上.

等边三角形

- **1. 等边三角形** —— 三条边都相等的三角形叫做等边三角形.
- **2. 等边三角形的性质** —— 三边都相等，三个内角都相等，并且每一个角都等于 60°.
- **3. 等边三角形的判定**
  - ①三条边都相等的三角形是等边三角形.
  - ②三个角都相等的三角形是等边三角形.
  - ③有一个角是 60°的等腰三角形是等边三角形.
- **4. 推理** —— 在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

等腰三角形

- **1. 等腰三角形** —— 有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.
- **2. 等腰三角形的性质**
  - ①两腰相等.
  - ②两底角相等（等边对等角）.
  - ③“三线合一”，即顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合.
  - ④是轴对称图形，底边的垂直平分线是它的对称轴.
- **3. 等腰三角形的判定**
  - ①有两条边相等的三角形是等腰三角形.
  - ②有两个角相等的三角形是等腰三角形（等角对等边）.

勾股定理

- **1. 勾股定理** —— 如果直角三角形的两条直角边长分别为 a、b，斜边长为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$
- **2. 勾股定理逆定理** —— 如果三角形的三边长 a、b、c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形
- **3. 勾股数** —— 满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数．勾股数扩大相同倍数后，仍为勾股数．常用勾股数：3、4、5；5、12、13；7、24、25；8、15、17.

平行四边形

- **1. 平行四边形**
  - 平行四边形 —— 两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形
  - 平行四边形的性质
    - ①平行四边形的对边相等
    - ②平行四边形的对角相等
    - ③平行四边形的对角线互相平分
  - 平行四边形的判定定理
    - ①两组对边分别相等的四边形是平行四边形
    - ②两组对角分别相等的四边形是平行四边形
    - ③对角线互相平分的四边形是平行四边形
    - ④一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
  - 三角形中位线 —— 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线
  - 三角形中位线定理 —— 三角形的中位线平行于三角形的第三边，并且等于第三边的一半
- **2. 特殊平行四边形**
  - 矩形 —— 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.
  - 矩形性质
    - ①矩形的四个角都是直角
    - ②矩形的对角线相等
    - ③矩形具有平行四边形的一切性质
  - 直角三角形的性质 —— 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
  - 矩形的判定定理
    - ①有一个角是直角的平行四边形是矩形
    - ②对角线相等的平行四边形是矩形
    - ③有三个角是直角的四边形是矩形
  - 菱形 —— 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形
  - 菱形性质
    - ①四条边都相等
    - ②两条对角线互相垂直，并且每一条对角线都平分一组对角
    - ③菱形具有平行四边形的一切性质
  - 菱形的判定定理
    - ①一组邻边相等的平行四边形是菱形
    - ②对角线互相垂直的平行四边形是菱形
    - ③四条边相等的四边形是菱形
  - 正方形
    - 四条边都相等，四个角都是直角的四边形是正方形
    - 正方形是最特殊的四边形，它具有矩形的性质，也具有菱形的性质 .

旋转

- **1. 图形的旋转**
  - 旋转定义 —— 把一个平面图形绕着平面内某一点 O 转动一个角度，叫做图形的旋转 . 点 O 叫做旋转中心，转动的角叫做旋转角 .
  - 对应点 —— 如果图形上的点 P 经过旋转变为点 P'，那么这两个点叫做这个旋转的对应点
- **2. 旋转性质**
  - ①对应点到旋转中心的距离相等
  - ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角
  - ③旋转前后的图形全等
- **3. 中心对称**
  - 把一个图形绕着某一点旋转 180°，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称 . 这个点叫做对称中心 . 这两个图形在旋转后能重合的对应点叫做关于对称中心的对称点
  - **中心对称的性质**
    - ①中心对称的两个图形，对称点所连线段都经过对称中心，而且被对称中心所平分
    - ②中心对称的两个图形是全等图形
    - ③如果一个图形绕一个点旋转 180° 后能与自身重合，那么这个图形叫做中心对称图形 . 这个点叫做它的对称中心
    - ④关于原点对称的点的坐标：两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反，即点 $P(x, y)$ 关于原点 O 的对称点为 $P'(-x, -y)$

相似

- **1. 图形的相似**
  - 相似图形 —— 我们把形状相同的图形叫做相似图形 .
  - 相似多边形 —— 两个边数相同的多边形，如果它们的角分别相等，边成比例，那么这两个多边形叫做相似多边形 .
  - 相似比 —— 相似多边形对应边的比叫做相似比
- **2. 平行线分线段成比例**
  - 定义 —— 两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例 .
  - 三角形中平行线 —— 平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例 .
  - **比例的性质**
    - $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{a}=\frac{d}{c} \\ \frac{d}{b}=\frac{c}{a} \text{或} \frac{a}{c}=\frac{b}{d} \\ \text{合比性质：} \frac{a \pm b}{b}=\frac{c \pm d}{d} \end{cases}$
    - (比例基本定理)
    - $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\ldots=\frac{m}{n}(b+d+\ldots+n \neq 0) \Rightarrow$ 等比性质：$\frac{a+c+\ldots+m}{b+d+\ldots+n}=\frac{a}{b}$
- **3. 相似三角形**
  - 相似三角形定义 —— 对应角相等，对应边成比例的三角形，叫做相似三角形 .
  - 相似三角形的表示方法 —— 用符号“∽”表示，读作“相似于” .
  - 相似三角形的相似比 —— 相似三角形对应边的比叫做相似比 .
  - 相似三角形的预备定理 —— 平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所截成的三角形与原三角形相似 .
  - 相似三角形的判定定理
    - 平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似；
    - 三边成比例的两个三角形相似；
    - 两边成比例且夹角相等的两个三角形相似；
    - 两角分别相等的两个三角形相似
  - 直角三角形相似
    - 直角三角形被斜边上的高分成两个直角三角形和原三角形相似 .
    - 如果一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似 .
  - 相似三角形的性质定理
    - 相似三角形的对应角相等 .
    - 相似三角形的对应边成比例 .
    - 相似三角形的对应高线的比，对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似比 .
    - 相似三角形的周长比等于相似比 .
    - 相似三角形的面积比等于相似比的平方 .
  - 相似三角形的传递性 —— 如果△ ABC ∽△ $A_1B_1C_1$，△ $A_1B_1C_1$ ∽△ $A_2B_2C_2$，那么△ ABC ∽△ $A_2B_2C_2$.

圆

- **1. 圆的概念和性质**
  - 圆的概念 —— 在一个平面内，线段 OA 固定的一个端点 O 转一周，另一个端点 A 之旋转所形成的图形叫做圆，其中固定端点 O 叫做圆心，OA 叫做半径 .
  - 圆的几何表示 —— 以点 O 为圆心的圆记作“⊙ O”，读作“圆 O” .
  - 弦 —— 连接圆上任意两点的线段叫做弦 .
  - 直径 —— 过圆心的弦叫做直径 . 直径等于半径的 2 倍 .
  - 半圆 —— 圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧都叫做半圆.
  - 弧 —— 圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧 . 弧用符号“⌒”表示，以 A，B 为端点的弧记作“$\overset{\frown}{AB}$”，读作“圆弧 AB”或“弧 AB” . 大于半圆的弧叫做优弧（多用三个字母表示）；小于半圆的弧叫做劣弧 .（多用两个字母表示）
  - 垂径定理 —— 垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧.
  - 推论
    - 平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.
    - 弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧.
    - 平分弦所对的一条弧的直径垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧.
  - 圆心角 —— 顶点在圆心的角叫做圆心角.
  - 弦心距
    - 从圆心到弦的距离叫做弦心距.
    - 弧、弦、弦心距、圆心角之间的关系定理：
    - 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦想等，所对的弦的弦心距相等.
  - 推论 —— 在同圆或等圆中，如果两个圆的圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等.
  - 圆周角 —— 顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角.
  - 圆周角定理 —— 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.
  - 推论 1 —— 同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧也相等.
  - 推论 2 —— 半圆（或直径）所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径.
- **2. 过三点的圆**
  - 过三点的圆 —— 不在同一直线上的三个点确定一个圆 .
  - 三角形的外接圆 —— 经过三角形的三个顶点的圆叫做三角形的外接圆.
  - 三角形的外心 —— 三角形的外接圆的圆心是三角形三条边的垂直平分线的交点，它叫做这个三角形的外心.
  - 圆内接四边形性质（四点共圆的判定条件）—— 圆内接四边形对角互补.
- **3. 点和圆、直线的位置关系**
  - 设⊙ O 的半径是 r，点 P 到圆心 O 的距离为 d，则有
    - $d<r \Leftrightarrow$ 点 P 在⊙ O 内；
    - $d=r \Leftrightarrow$ 点 P 在⊙ O 上；
    - $d>r \Leftrightarrow$ 点 P 在⊙ O 外.
  - 直线和圆有三种位置关系，具体如下
    - 相交 —— 直线和圆有两个公共点时，叫做直线和圆相交，这时直线叫做圆的割线，公共点叫做交点；
    - 相切 —— 直线和圆有唯一公共点时，叫做直线和圆相切，这时直线叫做圆的切线；
    - 相离 —— 直线和圆没有公共点时，叫做直线和圆相离.
  - 如果⊙ O 的半径为 r，圆心 O 到直线 l 的距离为 d, 那么
    - 直线 l 与⊙ O 相交 $\Leftrightarrow$ $d<r$；
    - 直线 l 与⊙ O 相切 $\Leftrightarrow$ $d=r$；
    - 直线 l 与⊙ O 相离 $\Leftrightarrow$ $d>r$；
  - 切线的判定定理 —— 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.
  - 切线的性质定理 —— 圆的切线垂直于经过切点的半径.
  - 三角形的内切圆 —— 与三角形的各边都相切的圆叫做三角形的内切圆.
  - 三角形的内心 —— 三角形的内切圆的圆心是三角形的三条内角平分线的交点，它叫做三角形的内心.
  - 圆和圆的位置关系
    - 如果两个圆没有公共点，那么就说这两个圆相离，相离分为外离和内含两种.
    - 如果两个圆只有一个公共点，那么就说这两个圆相切，相切分为外切和内切两种.
    - 如果两个圆有两个公共点，那么就说这两个圆相交 .
  - 圆心距 —— 两圆圆心的距离叫做两圆的圆心距 .
  - 圆和圆位置关系的性质与判定 —— 设两圆的半径分别为 R 和 r，圆心距为 d，那么
    - 两圆外离 $\Leftrightarrow$ $d>R+r$
    - 两圆外切 $\Leftrightarrow$ $d=R+r$
    - 两圆相交 $\Leftrightarrow$ $R-r<d<R+r$（$R \geqslant r$）
    - 两圆内切 $\Leftrightarrow$ $d=R-r$（$R>r$）
    - 两圆内含 $\Leftrightarrow$ $d<R-r$（$R>r$）
- **4. 弧长和扇形面积**
  - 弧长公式 —— n°的圆心角所对的弧长 l 的计算公式为 $l=\frac{n\pi R}{180}$
  - 扇形面积公式
    - $S_{扇}=\frac{n}{360}\pi R^2=\frac{1}{2}lR$
    - 其中 n 是扇形的圆心角度数，R 是扇形的半径，l 是扇形的弧长.
  - 圆锥的侧面积
    - $S=\frac{1}{2}a \bullet 2\pi r=\pi ra$
    - 其中 a 是圆锥的母线长，r 是圆锥底面圆的半径.
- **5. 正多边形和圆**
  - 正多边形的定义 —— 各角相等，各边相等的多边形叫做正多边形.
  - 正多边形的中心 —— 我们把一个正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的中心 .
  - 正多边形的半径 —— 外接圆的半径叫做正多边形的半径 .
  - 正多边形的中心角 —— 正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角 .
  - 正多边形的边心距 —— 中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距.
  - 正多边形与圆的关系 —— 把一个圆 n 等分，依次连接各个等分点所得到的多边形是这个圆的内接正 n 边形；这个圆叫这个正 n 边形的外接圆；经过各等分点作圆的切线，以相邻切线交点为顶点的多边形是这个圆的外切正 n 边形.
  - 定理 —— 任何一个正多边形都有一个外接圆和一个内切圆；并且这两个圆是同心圆.

投影与视图

投影

- **1. 投影** —— 一般地，用光线照射物体，在某个平面(地面、墙壁等)上得到的影子叫做物体的投影．其中，照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面.
- **2. 中心投影** —— 由同一点（点光源）发出的光线形成的投影叫做中心投影.
- **3. 平行投影** —— 由平行光线形成的投影叫做平行投影.
- **4. 正投影** —— 投影线垂直于投影面而产生的投影叫做正投影.

三视图

- **1. 三视图** —— 一般来说，我们从不同方向观察同一物体，从正面看到的图形通常称为主视图，从上面看到的图形通常称为俯视图，从左面看到的图形通常称为左视图.
- **2. 画三视图的要求**
  - （1）主视图与俯视图的长对正；
  - （2）主视图与左视图的高平齐；
  - （3）左视图与俯视图的宽相等；
  - （4）视图中被遮挡的线用虚线画出.

数据统计与分析

统计表和统计图

- **1. 统计中的几个基本概念**
  - 总体 —— 所有考察对象的全体叫做总体；
  - 个体 —— 总体中每一个考察对象叫做个体；
  - 样本 —— 从总体中所抽取的一部分个体叫做总体的一个样本；
  - 样本容量 —— 样本中个体的数目叫做样本容量；
  - 样本平均数 —— 样本中所有个体的平均数叫做样本平均数；
  - 总体平均数 —— 总体中所有个体的平均数叫做总体平均数，在统计中，通常用样本平均数估计总体平均数 .
- **2. 频数分布直方图**
  - 频数与频率 —— 每个对象出现的次数为频数，而每个对象出现的次数与总次数的比值为频率；
  - 频数分布表 —— 运用频数分布直方图进行数据分析的时候，一般先列出它的分布表，其中有几个常用的公式：各组频数之和等于抽样数据总和；各组频率之和等于 1；数据总数各组的频率等于相应组的频数；
  - 画频数分布直方图的目的 —— 是为了将频数分布表中的结果直观、形象地表示出来 .
- **3. 频数分布直方图的选择与绘制的一般步骤**
  - 当收集的数据连续取值时，我们通常先将数据适当分组，然后再绘制频数分布直方图；
  - 绘制的频数分布直方图的一般步骤：①计算最大值与最小值的差（极差），确定统计量的范围；②决定组数和组距，数据越多，分的组数也应当越多；③确定分点；④列频数分布表；⑤画频数分布直方图 .
- **4. 常见的统计图**
  - 条形统计图 —— 条形统计图是用一个单位长度表示一定的数量，根据数量的多少画成长短不同的直条，然后把这些直条按一定的顺序排列起来 . 特点是能够显示每组中的具体数据，易于比较数据间的差别，如果要表示的数据各自独立，一般要选用条形统计图；
  - 折线统计图 —— 折线统计图用一个单位长度表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段顺次连接起来，以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化 . 特点是能够清晰地显示数据增减变化，如果表示的数据是想了解随时间变化而变化的情况，那么就采用折线统计图；
  - 扇形统计图 —— 扇形统计图用圆表示总体，圆中的各个扇形分别代表总体中的不同部分，扇形的大小反映部分占总体的百分比的大小，这样的统计图叫做扇形统计图 . 特点是：每部分占总体的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360 的比，如果表示的数据是想了解数据所占的百分比，那么一般采用扇形统计图 .

数据分析

- **1. 平均数** —— 一般地，如果有 n 个数 x_1，x_2，x_3，⋯，x_n，那么，$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n)$ 叫做这 n 个数的平均数，$\bar{x}$ 读作“x 拔”；
- **2. 加权平均数** —— 如果 n 个数中，x_1 出现 f_1 次，x_2 出现 f_2 次，⋯，x_k 出现 f_k 次（这里 $f_1+f_2+\cdots+f_x=n$），那么，根据平均数的定义，这 n 个数的平均数可以表示为 $\bar{x}=\frac{(x_1f_1+x_2f_2+\ldots+x_nf_k)}{n}$，这样求得的平均数 $\bar{x}$ 叫做加权平均数，其中 f_1，f_2，⋯，f_x 叫做权；
- **3. 众数** —— 在一组数据中，出现次数最多的数据叫做这组数据的众数；（注：不是唯一的，可存在多个）
- **4. 中位数** —— 将一组数据按大小依次排列，把处在最中间位置的一个数据（或最中间两个数据的平均数）叫做这组数据的中位数；（注：①在找中位数的时候一定要把数据按大小依次排列；②如果 n 是奇数，则中位数是第 $\frac{n+1}{2}$ 个；若 n 是偶数，则中位数处于第 $\frac{n}{2}$ 和第 $\frac{n}{2}+1$ 的平均数；③中位数一般都是唯一的）
- **5. 数据的波动**
  - 极差
    - 定义 —— 一组数据中的最大数据与最小数据的差叫做这组数据的极差；
    - 意义 —— 能够反映数据的变化范围，是最简单的一种度量数据波动情况的量，极差越大，波动越大；
  - 方差
    - 概念 —— 在一组数据 x_1，x_2，x_3，⋯，x_n 中，各数据与他们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差 . 通常用“s^2”表示，即 $s^2=\frac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right]$；
    - 意义 —— 衡量数据波动大小的量，方差越大，数据波动越大；方差越小，数据的波动越小，数据的波动越稳定 .（注：如果有 n 个数 x_1，x_2，x_3，⋯，x_n 的方差为 s^2，则① ax_1，ax_2，ax_3，⋯，ax_n 的方差为 a^2s^2；② x_1+b，x_2+b，x_3+b，⋯，x_n+b，的方差为 s^2）；
  - 标准差 —— 方差的算术平方根叫做这组数据的标准差，用“s”表示，即：$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{\frac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right]}$
- **6. 平均数的计算方法**
  - 定义法 —— 当所给数据 x_1，x_2，x_3，⋯，x_n 比较分散时，一般选用定义公式：$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\ldots+x_n)$；
  - 加权平均法 —— 当所给数据重复出现时，一般选用加权平均数公式：$\bar{x}=\frac{(x_1f_1+x_2f_2+\ldots+x_nf_k)}{n}$，其中 $f_1+f_2+\cdots+f_x=n$；
  - 新数据法 —— 当所给数据都在某一常数 a 的上下波动时，一般选用简化公式：$\bar{x}=\bar{x'}+a$. 其中常数 a 通常取最接近这组数据平均数的较“整”的数，$x'_1=x_1-a$，$x'_2=x_2-a$，⋯，$x'_n=x_n-a$. $\bar{x'}=\frac{1}{n}(x'_1+x'_2+\ldots+x'_n)$ 是新数据的平均数（通常把 x_1，x_2，x_3，⋯，x_n 叫做原数据，x'_1，x'_2，x'_3，⋯，x'_n 叫做新数据）.
  - 算数平均数与加权平均数的区别与联系
    - 联系 —— 都是平均数，算数平均数是加权平均数的一种特殊形式（它特殊在各项的权相等，均为 1）；
    - 区别 —— 算数平均数就是简单的把所有数加起来然后除以个数。而加权平均数是指各个数所占的比重不同，按照相应的比例把所有数乘以权值再相加，最后除以总权值 .